МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

СУМГАИТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

НАБИ ТАПДЫГ оглы КУРБАНОВ

РАЗРАБОТКА И АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕДАХ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ РЕОЛОГИЕЙ

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора наук по математике

БАКУ–2015

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие различных областей техники и промышлености неразрывно связано с созданием новых полимерных и композиционных материалов с предварительно заданными разнообразными физико-механическими свойствами. Появление таких материалов находит широкое применение в новой технике и способствует созданию новых конструкций, работающих при нестандартных условиях, таких как случайные нестационарные воздействия, давление движущейся нагрузки, воздействия ударных волн и течения и сейсмические воздействия. Поэтому учет зависимости механических свойств деформируемых сред от типов нагружений становится все более необходимым, игнорирование которого может привести к потере несущей способности и разрушению конструкции при эксплуатации. В связи с этим возникла большая необходимость создания уточненных математических моделей, разработки новых методов решения и алгоритмов расчета для теоретического исследования поведения материалов при эксплуатации в рабочих условиях. Создание программных комплексов дает возможность оптимизации и управления работой конструкций при интенсивных нестационарных внешних нагрузках.

Изучение некоторых практических задач теории линейной и нелинейной вязкоупругости и термовязкоупругости на данный момент времени остается далеко недостаточно изученным, поэтому они являются не только актуальными, но и важными проблемами механики деформируемого твердого тела для практического применения. Эти обстоятельства предопределяют актуальность темы диссертационной работы, направленную на разработку и анализ математических моделей, позволяющих построение эффективных методов решения соответствующего программного обеспечения, численного вычисления и оптимизации конструкций, оценки их прочности, долговечности и надежности при эксплуатации под воздействиями интенсивных кратковременных нагружений и нестационарных температур с учетом зависимости параметров внешней рабочей среды.

Цель работы состоит в построении обобщенной математической модели и разработке новой методики решения задач волнового движения наследственных твердых тел, в рамках которой будет возможным описание поведения вязкоупругих деформируемых систем с произвольной реологией под воздействиями интенсивных внешних нагружений с учетом нелинейности и неоднородности изучаемых сред. Для достижения этой цели были сформулированы следующие задачи исследования: решены нестационарные динамические задачи линейной и нелинейной вязкоупругости для произвольных наследственных ядер; разработан математический метод решения, пригодный как к динамическим задачам вязкоупругости, так и к задачам колебаний вязкоупругих систем; построена математическая модель для задач дисперсии гармонических волн в пористых насыщенных вязкоупругих средах и грунтах с учетом неоднородности материала.

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

- усовершенствована общая математическая модель и предложена новая методика исследования распространения нестационарных динамических волн в вязкоупругих средах с произвольной реологией с учетом нелинейности и неоднородности материала;

- исследовано распространение нестационарных волн в линейной вязкоупругой среде при произвольных наследственных ядрах и изучено влияние наследственных свойств материалов на волновые картины;

- решена задача о продольном ударе по нелинейному вязкоупругому составному стержню с произвольной реологией, когда свойства материала описываются соотношением Ильюшина-Огибалова и показано влияние нелинейности среды на волновое поле;

- решено интегро-дифференциальное уравнение колебания линейных и нелинейных вязкоупругих систем, получено решение в виде ряда и показано, что при низких частотах влияние последующих членов ряда мало, а с увеличением частоты они возрастают и в начале движения амплитуды линейных и нелинейных колебаний практически совпадают, но с течением времени амплитуда нелинейных колебаний уменьшается быстрее по сравнению с линейными колебаниями;

- при некоторых предположениях найдено приближенное аналитическое решение сложных задач о продольном ударе по слоистым полупространствам;

- методом операционного исчисления и контурного интеграла найдены точные решения ряда задач о динамическом кручении цилиндров с учетом изменения температуры при различных граничных условиях;

- исследовано распространение нестационарных волн в грунтах и неоднородных пористых средах, показано, что в процессе динамического деформирования в неоднородной пористой среде распространяются различные волны, проведено исследование и анализ скорости волновых фронтов в пористых средах с учетом неоднородности и пористости материала.

Методика исследований. Для решения поставленных задач применялись математические методы динамической теории линейной и нелинейной вязкоупругости, теории нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных различных типов, операционного исчисления, малого параметра и разделения переменных.

Практическая ценность работы: Практическая значимость работы определяется широким кругом использования полимерных, композитных и других материалов с реологическими свойствами в промышленности и современной технике. Полученные результаты могут быть использованы непосредственно при решении комплекса прикладных задач в инженерных расчетах на прочность, долговечность и эксплуатационную надежность вязкоупругих элементов машин и изделий. Разработанные математические модели и методы решения могут быть использованы в научно-исследовательских институтах, проектных и конструкторских организациях, занимающихся разработкой и созданием новых материалов, в технических высших учебных заведениях, как новая методика решения линейных и нелинейных интегро-дифференциальных уравнений с неизвестными подинтегральными функциями (ядрами).

Обоснованность и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций, представленных в диссертации определяются: корректностью математической и физической постановки задач и методов их решения с использованием фундаментальных законов механики и математики, сравнением полученных результатов с общими физическими представлениями и уже имеющимися известными решениями в частных случаях.

Автор защищает:

1. Разработка математической модели нестационарного процесса в линейной и нелинейной вязкоупругой среде при случайных внешних воздействиях;

2. Разработка методов аналитического решения динамических задач вязкоупругости для произвольных наследственных ядер с использованием современных математических методов;

3. Решение некоторых одномерных задач о продольном ударе по нелинейному вязкоупругому составному стержню и изучению влияния реологических свойств материалов на волновые картины;

4. Разработка метода решения линейных и нелинейных интегро-дифференциальных уравнений колебаний вязкоупругих систем различных конфигураций при произвольных начальных и граничных условиях;

5. Разработка методов решения ряда задач о динамическом кручении вязкоупругих цилиндров при различных граничных условиях для произвольных наследственных функций с учетом температуры;

6. Методика сведения полученных решений к более простым для аналитического исследования волновой картины с учетом реологического свойства и неоднородности материала среды;

7. Разработка метода исследования и анализ математической модели пористой двухслойной неоднородной системы, состоящей из твердой фазы с наличием жидкой пористости на базе механики деформируемого твердого тела, установление закономерностей изменения волновой картины при распространении в неоднородной пористой среде.

Апробация результатов диссертации: Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

1. на VII, IX Республиканских конференциях молодых ученых по математике и механике. ИММ АН Азерб. ССР, Баку. 1987, 1989;

2. на XI Республиканской конференции молодых ученых по математике и механике. ИММ АН Азербайджана, Баку.1994;

3. на Республиканской конференции по прикладным вопросам математики и новых информационных технологий, Сумгаит, 2007;

4. на XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС` 2009), 25-31 мая г. Алушта, 2009, РАН, Россия;

5. на I Международном симпозиуме «Фундаментальные и прикладные проблемы науки». Москва, 2010, РАН, Россия;

6. на VIII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях, (NHNJ`2010), 25-31 мая, г.Алушта, 2010, РАН, Россия;

7. на I Международном конференции «Механика наноструктурированных материалов систем» Москва 2011, РАН, Россия;

8. IV international conference "Problems of cybernetics and informatics", September 12-14, 2012, Baku, Azerbaijan;

9. диссертация в целом неоднократно доложена и обсуждена на научном семинаре по математике и механике Сумгаитского Государственного Университета;

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 38 печатных работах (из них 22 в республиканских, 16- в иностранных изданиях).

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, выводов, списка использованной литературы и приложения. Работа содержит 260 страниц, библиографию из 272 наименований отечественных и зарубежных авторов.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Диссертационная работа посвящена математическому моделированию поведения вязкоупругих систем при нестационарных нагружениях, разработке новых эффективных методов на основе известных приближенно-аналитических методов для решения выше указанных проблем и применению к решению некоторых теоретически и практически важных задач.

Во введении диссертации дан аналитический обзор и анализ работ, относящихся к рассматриваемой в диссертационной работе проблеме. Сформулирована тема и цель работы, обосновывается ее актуальность, новизна и практическая ценность полученных результатов, характеризуются основные направления исследований диссертационной работы.

Первая глава посвящена рассмотрению постановки и методов решения нестационарных динамических задач для вязкоупругих сред при любом виде реологических функций ползучести и релаксации, описывающих физические свойства материала.

Раздел 1.1 посвящен моделированию динамического напряженного состояния вязкоупругих тел, исследованию аналитических методов решения линейных и нелинейных задач вязкоупругости. Разработан новый эффективный метод на основе методов малого параметра и операционного исчисления и теории дифференциальных уравнений в частных производных, который позволяет довести аннаналитическое решение до конца, не требующее задания функций релаксаций и ползучести в явной аналитической форме. В общем математически задача сводится к решению системы интегро-дифференциальных уравнений, если связь между напряжениями $\pm_{ij}$ и деформациями $£_{ij}$ задается в виде линейного оператора:

$$\pm_{ij}\left(\bar{x},t\right)=\int_0^t R_{ijkl}\left(\bar{x},t-{}^2\right)d\left[£_{kl}\left(\bar{x},{}^2\right)-\sim_{kl}\Theta\left(\bar{x},{}^2\right)\right] \qquad (1.1)$$

$$£_{ij}\left(\bar{x},t\right)=\sim_{ij}\Theta\left(\bar{x},t-{}^2\right)+\int_0^t \Pi_{ijkl}\left(\bar{x},t-{}^2\right)d\pm_{kl}\left(\bar{x},{}^2\right) \qquad (1.2)$$

Здесь R_{ijkl} и Π_{ijki} - тензоры функций релаксации и ползучести соответственно, $\sim_{ij}$ -тензор температурного расширения вещества, Θ - перепад температуры.

Тогда подставляя напряжение (1.1)-(1.2) в уравнение движения

$$\pm_{ij,j}-{}^\circ F_i={}^\circ\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \qquad (1.3)$$

получаем систему интегро-дифференциальных уравнений для определения перемещений

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left[A_{ij}\left\{\bar{u}\right\}-B_{ij}\left\{\Theta\right\}\right]-{}^\circ F_i={}^\circ\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left\{\bar{u}\right\} \qquad (1.5)$$

где операторы $A_{ij}\left\{u\right\}$ и $\mathrm{B}_{ij}\left\{u\right\}$ имеют следующий вид:

$$A_{ij}\left\{u\right\}=\frac{1}{2}\int_0^t R_{ijkl}\left(\bar{x},t-{}^2\right)d\left[u_{k,l}\left(\bar{x},{}^2\right)+u_{i,k}\left(\bar{x},{}^2\right)\right]$$

$$B_{ij}\left\{\Theta\right\}=\int_0^t R_{ijkl}\left(\bar{x},t-{}^2\right)d\left[\sim_{k,l}\left(\bar{x},{}^2\right)+\Theta\left(\bar{x},{}^2\right)\right] \qquad (1.6)$$

$\overline{x} = (x, y, z)$ декартовые координаты, ° плотность вещества; F_i - компоненты вектора массовых сил, $\overline{u} = \{u_1; u_2; u_3\}$ -вектор перемещения.

Начальные и граничные условия принимаем в следующем виде:

$$u_i\,(x_n, 0) = \frac{\partial u_i}{\partial t} = 0 \quad \textit{при} \quad t = 0\,\mathbf{;}$$

$$u_i\big|_{S_1} = u_{i0}; \quad \pm_{ij} l_j\big|_{S_2} \equiv \left[A_{ij}\{u\} - B_{ij}\{\Theta\}\right] l_j = T_{i0} \tag{1.7}$$

где S_1 *и* S_2 части поверхности S, ограничивающие рассматриваемое тело u_{i0}, T_{i0} заданные известные величины. Тогда поставленная задача заключается в интегрировании уравнения (1.5) при выполнении начальных и граничных условий (1.7).

Для решения поставленной задачи успешно применяются различные комбинаци методов операционого исчисления, малого параметра и итераций.

В разделе 1.2 рассматривается решение динамической задачи линейной вязкоупругости для конечных и полубесконечных стержневых вязкоупругих тел.

Рассматривается линейный вязкоупругий стержень первоначально находящийся в покое, на левом торце которого при $x = 0$ задано условие

$$\pm\,(0, t) = \ddot{}\,(t)\,, \tag{1.43}$$

Правый торец либо свободен, либо заделан. Тогда соответствующие граничные условия будут:

$$u(l, t) = 0 \quad \textit{или} \quad \pm\,(l, t) = 0 \tag{1.44}$$

где $\pm\,(x, t)$ - напряжение, $u(x, t)$ - перемещение.

Соответствующие уравнения движения и определяющие соотношения будут в виде:

$$\frac{\partial \pm}{\partial x} = \circ\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\pm\,(x, t) = E\left[e(x, t) - £\int_0^t \Gamma(t - ²)\,e(x, ²)\,d² \right] \tag{1.45}$$

Здесь $\Gamma(t)$ -ядро релаксации, £ -некоторый малый параметр, E -модуль Юнга.

Начальные условия принимаются нулевыми

$$u=0\,,\ \frac{\partial u}{\partial t}=0 \quad \text{при} \quad t=0 \tag{1.46}$$

Тогда окончательное решение задачи сводится к нахождению оригинала функции

$$\overline{W}(z,p)=\frac{c}{Ep^2\sqrt{1-£\,\overline{\Gamma}(p)}}\,e^{-\frac{pz}{c\sqrt{1-\overline{\Gamma}(p)}}}$$

где $c=\sqrt{\frac{E}{°}}$ - скорость распространения волны, чертой сверху обозначены преобразования Лапласа одноименных функций с параметром p.

Здесь $\overline{\Gamma}(p)\to 0$ при $p\to\infty$, тогда удовлетворяется условие

$$\operatorname{Re}\left|\frac{pz}{c\sqrt{1-£\,\overline{\Gamma}(p)}}\right|>0\,.$$

Отсюда видно, что при больших значения p справедливо неравенство:

$$\left|\frac{£ª_2\,\overline{\Gamma}(p)}{p^2+ª_2}\right|<1 \tag{1.50}$$

Поэтому, разлагая экспоненциальную функцию в ряд по степеням z и применяя обратное преобразование находим:

$$W(z,t)=\frac{c}{E}\left\{H\left(t-\frac{z}{c}\right)\left(t-\frac{z}{c}\right)*\sum_{n=0}^{m}£^{n}\Gamma_m(t)+\frac{(-1)}{2^2}\left(t^2-\frac{z^2}{c^2}\right)H\left(t-\frac{z}{c}\right)*¢_1(t)*\right.$$
$$\sum_{n=1}^{m}n£^{n}\Gamma_n(t)+\frac{(-1)^2}{2^6}\left(t^2-\frac{z^2}{c^2}\right)^2H\left(t-\frac{z}{c}\right)*¢_{31}(t)*\sum_{n=2}^{m}\frac{n!}{2!(n-2)!}£^{n}\Gamma_m(t)+....$$

где $H(t)$ - единичная функция Хэвисайда, $¢_n(t)=H^{(n)}(t)$ -импульсная функция Дирака.

Теперь исследуем полученное решение для конкретного ядра ползучести.

$$n(t)=\frac{2ª}{\Gamma(\sim)}t^{\sim-1}+\frac{ª_2}{\Gamma(2\sim)}t^{2\sim-1}$$

Тогда при $\sim=\frac{1}{2}$ находим:

$$\pm\left(x,t\right)=\frac{ªx}{2\sqrt{®c}\left(t-\frac{x}{c}\right)^{\frac{3}{2}}}e^{\frac{-ª^{2}x^{2}}{4c^{2}\left(t-\frac{x}{c}\right)}}$$

Для иллюстрации полученного решения построен график зависимости $\pm(x,t)$ от t при следующих значениях параметров:

$c=3.5\cdot10^{2}\,м/с$ **;** $ª=0.5$**;** $®=3.14$**;** $x=1$**;** $x=1.5$**;** $x=2$**.**

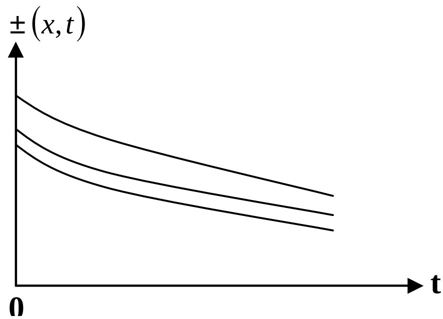

Рис.1.1. Графики зависимости $\pm\left(x,t\right)$ от времени t.

Из графика отчетливо видно, что напряжение в глубь тело убивается по экспоненциальному закону.

В разделе 1.3 решена задача о продольном ударе по нелинейной вязкоупругой составной стержневой системе, физико-механические свойства которого определяются уравнением Ильюшина-Огибалова.

Пусть система в начальный момент времени находится в покое и в момент времени $t=0$ к торцу $x=0$ прикрепляется динамическая нагрузка.

$$\pm^{(1)}(0,t)=f(t)\quad\text{при}\quad x=0$$

Тогда математически задача сводится к решению системы дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial\pm^{(i)}}{\partial x}=°^{(i)}\frac{\partial^{2}u^{(i)}\left(x,t\right)}{\partial t^{2}}\qquad(1.53)$$

При граничных и контактных условиях

$$\sigma^{(1)}(0,t) = f(t) \tag{1.54}$$

$$\sigma^{(1)}(l,t) = \sigma^{(2)}(l,t); \qquad u^{(1)}(l,t) = u^{(2)}(l,t) \tag{1.55}$$

$$u^{(2)}(x,t) \to 0 \ \text{при} \quad x \to \infty \tag{1.56}$$

Начальные условия имеют вид:

$$u^{(i)}(x,0) = 0, \qquad \frac{\partial u^{(i)}(x,0)}{\partial t} = 0 \tag{1.57}$$

где $\sigma^{(i)}(x,t)$ - напряжение, $U^{(i)}(x,t)$ - перемещение, $\rho^{(i)}$ - плотность материалов, $E^{(i)}$ - модуль упругости, l - длина конечного стержня. $i = 1,2$ причем при $i = 1$ все соотношение относится к первому стержню, а при $i = 2$ ко второму, $f(t)$ - заданная функция.

Определяющее соотношение принимаем в виде:

$$\sigma^{(i)} = E^{(i)}\left[e^{(i)} - \varepsilon \int_0^t \Gamma^i(t-\tau) e^{(i)} d\tau - \right.$$
$$\left. - \varepsilon \int_0^t \Gamma_1^i(t-\tau) e^{(i)} \varphi(e^{(i)}) d\tau \right] \tag{1.58}$$

где ε постоянный малый параметр, $e^{(i)} = \dfrac{\partial U^{(i)}}{\partial x}$ -деформация, $\Gamma^{(i)}(t)$ и $\Gamma_1^{(i)}(t)$ -известные функции, характеризующие свойства материалов стержней.

Значит, решение поставленной задачи сводится к решению нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных.

С математической точки зрения задача является сложной задачей связанной нелинейности уравнения состояния среды. Поэтому задача решается методом малого параметра.

В этом случае разыскиваем решение в виде ряда

$$U(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n U_n(\varepsilon, t), \quad \sigma(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \sigma_n(x,t) \tag{1.61}$$

Тогда для решения нелинейной задачи получаем линейные последовательные задачи для определения $U_n(x,t)$ и $\sigma_n(x,t)$ которые решаются с использованием результатов второго раздела и получено, что кроме первого приближения решений все приближения зависят от нелинейного ядра $\Gamma_1(t)$.

В разделе 1.4. исследуется распространение нестационарных термодинамических волн в вязкоупругих стержневых системах.

Задача математически сводится к решению системы уравнений:

$$\frac{\partial \sigma_i(x,t)}{\partial x} = \rho_i \frac{\partial^2 u_i(x,t)}{\partial t^2} \tag{1.76}$$

$$\lambda_i \frac{\partial^2 \theta_i(x,t)}{\partial x^2} = m_i \frac{\partial \theta_i(x,t)}{\partial t} \tag{1.77}$$

Определяющее соотношение принимаем в следующем виде:

$$\sigma_i(x,t) = E_i\Big[e_i(x,t) - \alpha_i \theta_i(x,t) - \varepsilon_i \int_0^t \Gamma_i(t-\tau)\big(e_i(x,\tau) - \alpha_i \theta_i(x,\tau)\big)d\tau\Big] \tag{1.78}$$

где ρ_i -плотность материала, m_i -удельная теплоемкость при постоянной температуре, λ_i -коэффициент теплопроводности, E_i -модуль Юнга, ε_i -некоторый малый параметр. $\Gamma(t)$ -ядро релаксации, α_i - коэффициент теплового расширения.

Начальные условия нулевые, а граничные условия принимаем в виде:

$$\theta_1(0,t) = \theta_0 g(t)\ ; \qquad \sigma_1(0,t) = \sigma_0 \varphi(t) \quad \text{при} \quad x = 0 \tag{1.79}$$

$$u_1(\ell,t) = u_2(\ell,t); \quad \sigma_1(\ell,t) = \sigma_2(\ell,t) \quad \text{при} \quad x = \ell \tag{1.80}$$

$$\theta_1(\ell,t) = \theta_2(\ell,t)\ ; \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1(\ell,t)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial \theta_2(\ell,t)}{\partial x} \quad \text{при} \quad x = \ell \tag{1.81}$$

$$u_2(x,t) \to 0\ ; \ \theta_2(x,t) \to 0 \quad \text{при} \quad x \to \infty \tag{1.82}$$

где σ_0 и θ_0 -некоторые постоянные, $g(t)$ и $\varphi(t)$ -заданные функции, $\sigma(x,t)$ -напряжение, $u(x,t)$ -перемещение, $\theta(x,t) = T(x,t) - T_0$ -приращение температуры.

Предпологая, что процесс нагружения происходит в малом промежутке времени, т.е. если рассматривается быстро протекающий физический процесс, роль деформационной слагаемой в уравнении теплопроводности невелика, тогда можно отделить уравнение теплопроводности из общей системы и решить самостоятельно.

Задача решена аналитическим методом и решение определено в виде свертки функций при произвольных наследственных ядрах.

Вторая глава посвящена колебанию вязкоупругих систем для произвольных наследственных функций при малой вязкости.

В разделе 2.1. исследуются продольные колебания вязко-упругого стержня. Задача сводится к решению систем уравнений

$$\frac{\partial\sigma(x,t)}{\partial x}=\rho\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \tag{2.1}$$

$$\sigma(x,t)=E\left[e(x,t)-\varepsilon\int_0^t\Gamma(t-\tau)e(x,t)d\tau\right] \tag{2.2}$$

при следующих начальных

$$u(x,t)\big|_{t=0}=u_0 \tag{2.3}$$

$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0}=v_0 \tag{2.4}$$

и граничных условиях

$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0}=0;\quad \left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\right|_{x=l}=0 \tag{2.5}$$

С помощью метода разделения переменных получаем два независимых уравнения.

$$X''(x)+\left(\frac{\omega}{c}\right)^2X(x)=0 \tag{2.7}$$

$$T''(t)+\omega^2T(t)-\varepsilon\omega^2\int_0^t\Gamma(t-\tau)T(\tau)d\tau=0 \tag{2.8}$$

где $0<\varepsilon<<1$- параметр, характеризующий вязкость материала.

Здесь штрихи показывают производные по аргументам и $c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - скорость распространения волны. Решая первое уравнение с граничными условиями (2.5) находим собственные функции $\{X_k(x)\}$ и собственные числа $\{\omega_k\}$ данной краевой задачи.

С помощью результатов первой главы изображение решения уравнения (2.8) получаем в виде:

$$\bar{T}(p)=\frac{pu_0+v_0}{\tilde{\Delta}(p)}\left[1+\varepsilon\omega^2\frac{\bar{\Gamma}(p)}{\tilde{\Delta}(p)}+\varepsilon^2\omega^4\frac{\bar{\Gamma}^2(p)}{\tilde{\Delta}^2(p)}+\dots\right] \tag{2.18}$$

Оригинал первого члена этого ряда будет:

$$T_1(t) = \exp\left(-\frac{1}{2}£\Gamma_s ª t\right)$$

$$\left[u_0 \cos ª\left(1-\frac{1}{2}£\Gamma_c\right)t + \frac{v_0 - \frac{1}{2}£\Gamma_s ª}{ª\left(1-\frac{1}{2}£\Gamma_c\right)} \sin ª\left(1-\frac{1}{2}£\Gamma_c\right)t\right] \qquad (2.19)$$

Это известное решение поставленной задачи, полученное методом усреднения.

Второе приближение находится в виде свертки функции

$$T_2(t) = £ª2T_1(t) * ¨(t); \quad ¨(t) = \left\{\frac{\overline{}(p)}{\overline{\overline{\sim}}(p)}\right\}.$$

Для вычисления влияния $¨(t)$ на решение

$$T(t) = T_1(t) + T_2(t)$$

рассмотрено ядро Ржаницина

$$\Gamma(t) = £\, t^{\sim-1} \exp(-\quad t),$$

где $0 < \sim < 1$, -постоянная, £ -некоторый малый параметр.

Построены графики функций $T_1(t)$ и $T_2(t)$ при следующих значениях параметров:

$$\sim = 0{,}1; \quad = 0{,}05; \; £ = 0{,}0925; \; ª = 1;$$

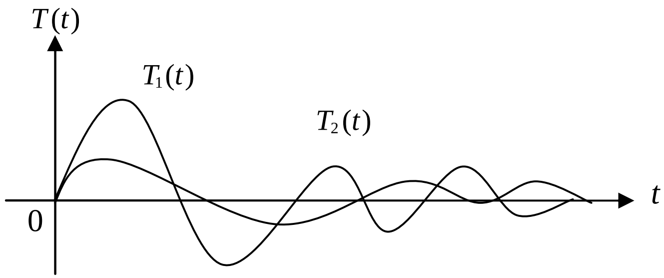

Рис. 2.1. Графики первых двух членов ряда решений. Здесь $u_0 = 0; ¬_0 = 1$.

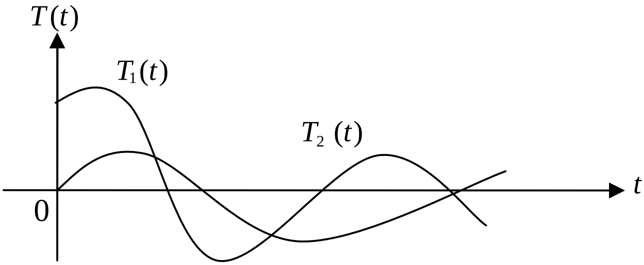

Рис. 2.2. Графики первых двух членов ряда решений. Здесь $u_0 = 1; \neg_0 = 0$.

Из графиков видно, что амплитуды уменьшаются с течением времени, а фазы сдвинуты.

В разделе 2.2. исследуется задача колебаний изотропных вязкоупругих круговых цилиндрических оболочек и пластины.

Уравнение колебания вязкоупругой круговой цилиндрической оболочки в перемешениях имеет вид:

$$L_k\left[E^*(U_1), E^*(U_2), E^*(U_3)\right] = \circ\, h \frac{\partial^2 U_k}{\partial t^2} \qquad (2.29)$$

Здесь оператор *E**(z)* задается формулой

$$E^*(z) = z - \int_0^t \Gamma(t - \text{²})\, z(\text{²})\, d\text{²}$$

Граничные условия могут быть заданы различным образом, а начальные условия принимаем в виде:

$$u\big|_{t=0} = T(t)\big|_{t=0} = T_0 \;; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = T'(t)\big|_{t=0} = T_1' \qquad (2.30)$$

После применения метода Бубнова-Галеркина из уравнения (2.29) получаем уравнение (2.8), решение которого нам известно.

В конце этого раздела решена задача о колебании вязкоупругой пластины, свободно опертой по краю. Показано что в силу вязкости материала с течением времени колебания затухают по экспоненциальному закону.

В разделе 2.3. решена задача о колебании вязкоупругого цилиндра, скрепленного упругой оболочкой для произвольных ядер.

Пусть круговой полый вязкоупругий цилиндр с внутренним радиусом a, внешним радиусом b нагружается внутренним давлением $p(t)$. По внешней поверхности $r=b$ цилиндр скреплён с упругой оболочкой толщиной h. Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -p(t) \quad при \quad r=a \\ \sigma_r &= -g(t) \quad при \quad r=b \end{aligned} \qquad (2.43)$$

где $g(t)$ - контактное давление.

Материал цилиндра считаем несжимаемым и выполняются условия плоской деформации. Тогда для перемещения и деформации справедливы формулы

$$W(r,t)=\frac{bu(t)}{r}, \quad \varepsilon_r = -\frac{bu(t)}{r^2},$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{bu(t)}{r^2}, \quad \varepsilon_z = 0, \qquad (2.44)$$

где $u(t)$-перемещение, $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$ и ε_z-компоненты деформации.

При этом граничные условия можем написать в виде:

$$\begin{aligned} &\sigma_r(a,t) = -p(t) \\ &\sigma_r(b,t) = -g(t) = -\rho_1 h\frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2} - \frac{Ehu(t)}{b^2} \end{aligned} \qquad (2.45)$$

где E -модуль Юнга, ν -коэффициент Пуассона, ρ_1 -плотность материала оболочки.

Начальные условия принимаем в виде:

$$u(r,0)=T_0, \quad u'_r(b,0)=T_1 \qquad (2.46)$$

Уравнение движения имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} + \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad r\in[a,b] \qquad (2.47)$$

Учитывая (2.58) и предполагая материал цилиндра вязкоупругим, определяющее соотношение принимаем в виде:

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \frac{2G}{r^2}\left(u(t) - \int_0^t R(t-\tau)u(\tau)d\tau\right) \qquad (2.48)$$

где G - модуль сдвига.

Решение задачи сводится к решению уравнения (2.8). В этом случае вычислено значение функций $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ которые получаются

из решения $T_1(t)$ и $T_2(t)$ второго раздела для материала из стеклопластика КАСТ-В с параметрами $r = 0{,}22;\ \sim\ = 0{,}2;\ \ = 0{,}004;$
$ª\ = 10;\ ª\ = 100; T_0\ = 1; T_1\ = 0$

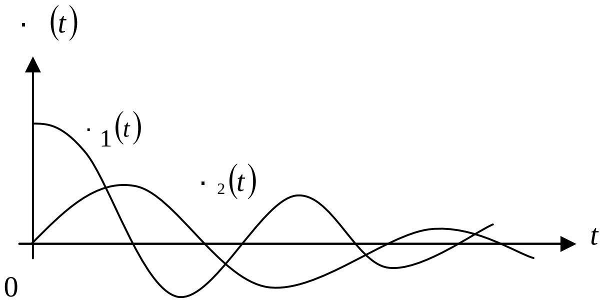

Рис 2.3 График двух членов ряда решений.

Анализ полученных решений показывает, что учет последуюших членов ряда улучшает точность решения и амплитуды всех членов ряда с течением времени уменьшаются по экспоненциалному закону а фазы сдвинуты. При малых значениях частоты влияние последующих членов ряда на решение мало, а с увеличением частоты оно увеличивается.

В разделе 2.4. исследуется динамическая устойчивость вязкоупругих стержней для произвольных наследственных функций при малой вязкости.

Как известно, поперечные колебания вязкоупругого стержня длиной *l*, сжатого под действием внешней нагрузки $f(x,t)$, имеет вид:

$$EI\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + P(t)\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + m\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \\ = EI£\int_0^t R(t-²)\frac{\partial^4 u(x,²)}{\partial x^4}d² + f(x,t) \tag{2.54}$$

где *m*– масса единицы длины стержня, *E*- модуль упругости, *I*–момент инерции поперечного сечения стержня относительно нейтральной оси сечения, перпендикулярной к плоскости колебаний, $u(t,x)$ - поперечный прогиб, $P(t)$ - продольная сила, действующая на стержень, $f(t,x)$- интенсивность внешней распределенной нагрузки, $R(t)$-функция релаксации, £ -некоторый малый параметр.

Предположим, что концы стержня шарнирно закреплены, тогда граничные условия будут в виде:

$$u(x,t)=0,\ \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=0 \quad \text{при} \quad x=0$$

$$u(x,t)=0,\ \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=0 \quad \text{при} \quad x=l \qquad (2.55)$$

Начальные условия принимаем в виде:

$$u(x,t)=\text{g}_0,\quad \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\text{g}_0' \quad \text{при} \ t=0 \qquad (2.56)$$

где g_0 и g_0' постоянные.

После применения метода Бубнова-Галеркина к уравнению (2.54) получаем:

$$\ddot{}_k^{IV}(x)-\mu_k'''\ddot{}_k(x)=0,\ \ k=1,2,... \qquad (2.58)$$

$$\ddot{\text{g}}_k(t)+\mu_k^4\left[\text{g}_k(t)-\text{£}\int_0^t R(t-{}^2)\text{g}_k({}^2)d^2\right]=0 \qquad (2.59)$$

Решая первое уравнение с соответствующими граничными условиями, находим собственные функции $\{\ddot{}_k(x)\}$ и собственные значения $\{\mu_k\}$ рассматриваемой краевой задачи.

Решение уравнения (2.48) в изображениях Лапласа принимает вид:

$$\bar{\text{g}}_k(p)=\frac{p\text{g}_0+\text{g}_0^1}{\bar{a}(p)}\left[1+\text{£}\mu^4\frac{\bar{b}(p)}{\bar{a}(p)}+\text{£}^2\mu^8\frac{\bar{b}^2(p)}{\bar{a}^2(p)}+\text{£}^3\mu^{12}\frac{\bar{b}^3(p)}{\bar{a}^3(p)}+\cdots\right] \qquad (2.63)$$

Отсюда видно что решения уравнения (2.59) получаются из решений (2.8) при замене ª на μ^2 . Поэтому оригинал решения поставленной задачи определяется в следующем виде:

$$\text{g}_k(t)=\text{g}_{k_1}(t)+\text{£}\mu^4\int_0^t\left[\text{g}_{k_2}(t)+\text{g}_{k_3}(t)+\ldots+\text{g}_{k_n}(t)\right]g(t-{}^2)d^2$$

В разделе 2.5. исследуется приближенное решение задачи о колебании нелинейных вязкоупругих тел, которые описываются уравнением:

$$T''(t)+ª_2\left[T(t)-£\int_0^t (R)(t-²)(T(²)+«F_1(T,²))d²\right]= \qquad (2.68)$$
$$=f(t)+«F_2(T,t)$$

где $T(t)$ -искомая функция, ª -некоторая постоянная, $F_1(t)$, $F_2(t)$ и $f(t)$ -заданные функции, « -безразмерный положительный параметр, £ >0 некоторый малый параметр.

Начальные условия принимаем в виде:

$$T(t)=T_0\ ,\ T'(t)=T'\ \text{ при }\ t=0 \qquad (2.69)$$

Решения нелинейной задачи (2.68)-(2.69) приведены к решению последовательных линейных задач, причем для определения первого приближения $T_1(t)$ следует решать исходную задачу для линейного вязкоупругого тела, при этом начальные условия с точностью совпадают с соответствующими исходными.

Для нахождения последующих приближений $T_k(t)$ $(k\geq 2)$ решается линейная задача с нулевыми начальными условиями для уравнений, левые части которых совпадают с уравнениями первого приближения, а в правых частях появляются функции, зависящие от решений предыдущих задач, которые считаем известными.

Полученное решение исследовано при $f(t)=a\sin{\sim}t$ и показано, что в системе происходит сдвиг частоты и затухание амплитуд по экспоненциальному закону.

Глава 3 посвящена математическому моделированию поведения вязкоупругих сред и исследованию нестационарных динамических волн в линейных вязкоупругих двухслойных средах.

В **разделе 3.1.** решается задача о распространении нестационарных продольных волн в двухслойном линейном вязкоупругом полупространстве для реологических произвольных функций.

Задача математически сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial ±_{xx}^{(m)}(x,t)}{\partial x}=°_m\frac{\partial^2 U_{(m)}(x,t)}{\partial t^2}\quad (m=1.2) \qquad (3.2)$$

$$U_m(x,t)=\frac{\partial U_m(x,t)}{\partial t}=0\ ,\ t=0 \qquad (3.3)$$

$$U_1(x,t)=U_2(x,t),\ ±_{xx}^{(1)}(x,t)=±_{xx}^{(2)}(x,t),\ x=h_1 \qquad (3.4)$$

$$U_2(x,t)=0,\quad x=h_1+h_2\ \pm_{xx}=\pm_0 f(t) \qquad (3.5)$$

Определяющие соотношения принимаем в следующем виде:

$$\pm_{xx}^{(m)}(x,t)=\int_0^t\left[R_1^{(m)}(t-²)+\frac{2}{3}R^{(m)}(t-²)\right]d\left(\frac{\partial U^{(m)}}{\partial x}\right) \qquad (3.6)$$

где $\pm$ -напряжение, $£=\frac{\partial U}{\partial x}$ -деформация, $R_1^{(m)}(t)$ и $R^{(m)}(t)$ -функции сдвиговой и объемной релаксации. При $m=1$ все соотношения относятся первому слою, при $m=2$ -ко второму.

Окончательное решение поставленной задачи приводится к вычислению оригиналов следующих выражений

$$\leftarrow_i(r_i,p)=\frac{\bar{f}(p)}{p}\sqrt{\frac{R^{(1)}(0)}{p\bar{R}^{(1)}(p)}}e^{-p\frac{r_i}{c_1}\sqrt{\frac{R^{(1)}(0)}{p\bar{R}^{(1)}(\mathrm{p})}}}$$

Здесь $i=0,1,2$, $j=1,2$ причем $r_0=x,\ r_1,r_2,\ ¥_1\, u\, ¥_2$ известны.

Оригиналы этих функций получаются из уравнения (1.49) при соответствующей замене x на r_i, $¥_j$ и c на c_i;

Получено, что напряжение на фронте волны всегда отлично от нуля и скорость волны с течением времени уменьшается.

В разделе 3.2. решена задача о динамических кручении вязкоупругих цилиндров при различных внешних воздействиях.

Сначала задача решена для произвольных наследственных ядер, потом исследована в частном случае для ядра Работнова методом контурного интеграла. Построен график зависимости перемещения от времени. Получено, что в общем случае волновое движение состоит из суперпозиции жесткого поворота недеформированных поперечных сечений и бесконечного числа форм колебаний, в которых поперечные сечения деформируются в своих плоскостях, а радиусы скручиваемого цилиндра искривляются.

В разделе 3.3. исследуется динамическое кручение вязкоупругого цилиндра с учетом тепловых воздействий. Здесь при условии

$$\pm_{z'\cdot\cdot'}=\pm_0 S(r',t) \qquad (3.72)$$

для определения напряженно-деформационного состояния цилиндра в последующих моментах времени в безразмерных координатах получим уравнение движения:

$$\frac{\partial \pm_{r\cdot\cdot}}{\partial r}+\frac{\partial \pm_{z\cdot\cdot}}{\partial z}+2\frac{\pm_{r\cdot\cdot}}{r}=S\,\frac{\partial^2 U(r,z,t)}{\partial t^2} \qquad (3.73)$$

Уравнение (3.73) будем решать при следующих начальных и граничных условиях

$$U = (r,z,0) = 0; \qquad \frac{\partial U(r,z,0)}{\partial t} = 0 \tag{3.74}$$

$$\pm_{z''}(r,0,t) = \pm_0 f(r,t); \quad \pm_{r''}(r,z,t) = 0 \quad \text{при } r = 1$$
$$\pm_{z''}(r,z,t) \to 0, \quad \pm_{r''}(r,z,t) \to 0 \quad \text{при } z \to \infty \tag{3.75}$$

Если при $z = 0$, задана температура:

$$\bar{}(r,0,t) = \cdot\,(r,t)$$

тогда температурное поле описывается уравнением теплопроводности, которое в осесимметрическом случае в цилиндрических системах координат имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{}(r,z,t)}{\partial t} = \sim\left(\frac{\partial^2 \bar{}(r,z,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \bar{}(r,z,t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{}(r,z,t)}{\partial z^2}\right) \tag{3.76}$$

К этому уравнению присоединяются следующие начальные и граничные условия:

$$\bar{}(r,t,0) = 0 \tag{3.77}$$

$$\bar{}(r,0,t) = \cdot\,(r,t) \tag{3.78}$$

$$\bar{}(r,z,t) \to 0 \;\text{ при }\; z \to \infty;$$
$$\frac{\partial \bar{}(r,z,t)}{\partial r} = 0 \;\text{ при }\; r = 1 \tag{3.79}$$

Последнее условие показывает, что боковая поверхность цилиндра теплоизолирована.

Выяснено, что напряженное состояние, возникающее в вязкоупругих цилиндрах при динамических кручениях, сушественно зависит от характера напряжений и температур. Если оно является несамоуравновешенным, поле напряжений носит общий характер и постепенно распространяется вслед за волновым фронтом на всю длину цилиндра. В уравновещенном случае оно локализуется вблизи нагружного торца и в окрестности волнового фронта.

Глава 4 посвящена математическому моделированию и расчету напряженно-деформированного состояния при движении грунтового массива с учетом вязкости среды.

Раздел 4.1. посвящен построению подходящей математической модели, описывающей поведение грунтового массива с учетом реальных механических свойств при неустановившемся движении и влиянии этого фактора на устойчивость сооружений скважин.

Обычно при исследовании таких задач неоднородная среда принимается однородной. При этом фазовые скорости оказываются постоянными и явление дисперсии исключается.

Поэтому с использованием предположений классической механики относительно характера деформирования сред выводим выражения для кинетической и потенциальной энергий деформаций. Такой подход к решению проблемы основывается на предположении о том, что характерные поперечные размеры подкрепляющих элементов (стержней) и расстояния между ними малы по сравнению с размерами грунтового массива и характерными величинами перемещений грунта при деформировании.

Отметим, что согласно теории упругости при землетрясениях образуются сейсмические волны: продольная волна и поперечная волна. При прохождение продольной волны частицы премещаются вперед и назад вдоль направления движения волны. При этом среда испытывает ряд сжатий и растяжений. В этом случае отсутствует вращение частиц. При прохождении поперечной волны частицы грунта премещаются перпендикулярно к направлению движения. Существуют еще поверхностные волны: волна Лява и волна Релея. Эти волны распространяются медленнее чем другие волны. Продольные и поперечные волны распространяются по объему и затухают обратно пропорционально кубу растояния, а волна Лява распространяется вдоль поверхности и затухает обратно пропорцианально квадрату растояния поэтому, начиная с определенного расстояния до эпицентра, поверхностные волны оказываются для сооружений самыми опасными.

В разделе 4.2. исследованы волновые процессы в слоистых неоднородных средах с учетом рассеивания энергии обусловленными вязкоупругими свойствами материала.

Задача математически сводится к решению следующего уравнения:

$$\frac{\partial \pm_{zx}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \pm_{yx}^{(i)}}{\partial y} = \circ_1 \frac{\partial^2 V_i}{\partial t^2} \qquad (4.16)$$

с начальным и граничным условиям:

$$V_i = 0, \ \frac{\partial V_i}{\partial t} = 0, \quad t = 0 \qquad (4.17)$$

$$\pm_{yz}^{(1)} = f(x,t), \qquad y = 0 \qquad (4.18)$$

$$V_2 = 0, \qquad y = h_2 \tag{4.19}$$

контактные условия будут:

$$V_1 = V_2, \;\; \pm_{yz}^{(1)} = \pm_{yz}^{(2)}, \;\; \text{при} \quad y = h_1 \tag{4.20}$$

Определяющие соотношения и неоднородность материала соответственно принимаем в следующем виде:

$$\pm_{zx}^{(i)} = \frac{1}{2}\int_0^t \tilde{R}(y, t-{}^{2})\frac{\partial^2 V_i}{\partial x \partial t} d^{2}; \;\; \pm_{yz}^{(i)} = \frac{1}{2}\int_0^t \tilde{R}(y, t-{}^{2}) \times \frac{\partial^2 V_i}{\partial y \partial^{2}} d^{2}; \tag{4.21}$$

$$\circ_i(y) = \circ_0^{(i)}(1+ay)^k$$

$$\tilde{R}_i(y,t) = R_i(t)(1+ay)^k, \tag{4.22}$$

где

a, k - постоянные;

причем $\circ_0^{(1)} \neq \circ_0^{(2)}$;

$\pm_i$ - напряжение;

$f(x,t)$ - заданная функция, характеризующая внешние силы;

$\circ_i$ - плотности материалов;

$V_i(x,y,t)$ - перемещения;

h_i - толщины слоев;

$R_i(y,t)$ - функции релаксации, при $i=1$ все соотношения относятся к первому слою, при $i=2$ -ко второму слою.

Поставленная задача решена методом операционного исчисления для произвольных наследственных функций и показано, что из-за вязкости материалов в слоях амплитуда большинства волн уменьшается при их распространении.

Для слоистых сред характерным является тот факт, что даже без учета эффектов диссипации в слоях некоторые формы при определенных частотах являются затухающими.

Скорость затухания тех волн, которые для идеальной упругой слоистой среды не затухали, оказывается во много раз меньше, чем скорость затухания волн в областях непропускания.

В разделе 4.3. исследована задача о распространении нестационарных волн в слоистых пористых средах, когда падающая плоская волна задается в виде:

$u^{над} = u_0 H(a_1 t - x)$ где $u_0 = const,\; H(t)$-единичная функция.

Если влиянием массовых сил пренебречь, то задача в упругой области сводится к интегрированию одномерных уравнений:

$$a_i^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad a_i = \sqrt{\frac{\lambda_i + 2\mu_i}{\rho_i}} \qquad (i = 1,2,3) \tag{4.41}$$

при соотвествуюших граничных и контактируюших условиях.

Задачу определения параметров решаем на основе принципа динамического соответствия. Принимая вязкоупругие модели в виде,

$$I(p) = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \cdots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + b_1 p + b_0} \tag{4.51}$$

для выяснения влияния вязкоупругих свойств слоя на параметры движения в точке $x = 2h$ были проведены численные расчеты. Получено, что скачки на фигурах соответствуют приходу многократно отраженных от границ слоя плоских одномерных волн; амплитуды скачков уменьшаются с течением времени, что указывает на уменьшающуюся интенсивность последующих отражений. Наиболее интенсивный первый скачок. Влияние вязких свойств слоя проявляются в быстром уменьшении амплитуды последовательных отражений волн.

ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Основные результаты диссертационной работы можно охарактеризовать следующим образом:

1) Разработаны математические модели процессов распространения нестационарных динамических волн в линейных и нелинейных вязкоупругих средах и предложен аналитический метод решения этих задач при произвольных наследственных функциях.

2) Разработан общий метод решения задач нелинейной волновой динамики вязкоупругих стержневых систем и показано влияние нелинейности среды на волновое поле, определено, что при больших значениях времени вязкоупругий материал ведет себя как упругий с длительными модулями упругости.

3) Решена задача о термомеханическом ударе по вязкоупругой стержневой системе для произвольных наследственных функций с использованием методов операционного исчисления.

4) Поставлены и построены решения задачи о линейных колебаниях вязкоупругих систем в виде ряда. Показано, что первый член этого ряда является решением указанной задачи, полученным методом усреднения. Вычислено влияние последующих членов ряда

на решение для конкретных ядер Ржаницына, Колтунова и показано, что при низких частотах влияния незначительны, а с увеличением частоты они возрастают.

5) Поставлена и решена задача о нелинейных колебаниях вязкоупругих систем. Показано, что при решении нелинейных колебаний вязкоупругих систем наличие интегрального слагаемого в решении свидетельствует о том, что свободные колебания вязкоупругой системы происходят около положения равновесия, которые с течением времени стремятся к нулю, что подтверждается выводами для частных моделей.

6) Исследовано распространение нестационарных волн в вязкоупругих слоистых цилиндрах при воздействии различных поверхностных сил с учетом неоднородных полей температур. Поставленные задачи в общем виде решены для произвольных наследственных функций и исследованы методом контурного интеграла для конкретных ядер Максвелла и Работнова.

7) Рассмотрены возможности применения вязкоупругих моделей в задачах механики грунтов и к задачам сейсмодинамики с целью исследования влияния случайных внешних воздействий на прочность и устойчивость подземных трубопроводов и нефтяных скважин.

8) Рассмотрена теория распространения нестационарных волн в неоднородных пористых слоистых средах. Показано, что в процессе динамического деформирования в неоднородной пористой среде поперечная волна терпит разрыв. Проведено исследование и анализ скорости волновых фронтов в различных пористых средах с учетом неоднородности и пористости материала.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г., Керимова Ш.А. Влияние случайных внешних воздействий на прочность и устойчивость подземных трубопроводов, нефтяных скважин и резервуаров с взрывоопасными продуктами // Астраханский Государственный Университет, «Прикаспийский журнал: Управление и высокие технологии», Астрахань: 2009, № 2(6),с. 45-48.

2. Курбанов Н.Т., Алиева У.С. Исследование колебаний вязкоупругих цилиндрических оболочек при малой вязкости //

Динаміка і мıщнıсtь машин. Вıсник НТУ «Харкıвський Полıтехнıчний Інститут», 2010, с. 93-100.

3. Исмаилов Р.Ш., Курбанов Н.Т., Иманов Ф.А. Об одной динамической задаче линейной вязкоупругости. // Уч. Записи АГНА. №2. Баку-1998 с. 89-95.

4. Kurbanov N.T.,Usifli N.V., Of one method for solving the problem of oscillation of linear viscoelasticity // Nigeriya,Journal of Scientific Research and Development 2 (9) August, 2015.p.1-8

5. Курбанов Н.Т. Исследование одномерных динамических задач линейной вязкоупругости // Астраханский Государственный Университет, «Прикаспийский Журнал», Астрахань 2008, №2, с. 53-57

6. Kurbanov N.T. Vibrations of a visco – elastic cylinder fastened with elastic shell // Proceedings of IMM of NAS of Azerb. v. XXXIV (XLII), Baku, 2011, p. 129-134

7. Курбанов Н.Т., Алиева У.С. Исследование динамической устойчивости вязкоупругих стержней // Динаміка і мıщнıсtь машин. Вıсник НТУ «Харкıвський Полıтехнıчний Інститут», 2012, с.86-90

8. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г. Исследование нестационарных продольных волн в неоднородных вязкоупругих слоистых средах // Фундаментальные и прикладные проблемы науки. Т.2, VII Международного Симпозиума. Москва, 2012, с. 120-128

9. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г., Юсифли В.Н. Исследование нестационарных волн в нелинейных вязкоупругих стержневых системах // Фундаментальные и прикладные проблемы науки. Т.1, Труды I Международного Симпозиума. Москва, 2013, с. 82-89

10. Ильясов М.Х., Курбанов Н.Т. К решению интегро-дифференциального уравнения динамических задач линейной вязкоупругости. // ДАН Азерб. ССР, 1984, №5, с. 21-26.

11. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г. Об одном приближенном решении нестационарных задач линейной вязкоупругости // Sumqayıt Dövlət Universiteti, Elmi xəbərlər, Təbiət və texniki elmlər bölməsi, 2008, cild 8, № 3, s. 24-28.

12. Курбанов Н.Т. Об одном решении уравнения вынужденных колебаний линейной вязкоупругости.//Az.TU, Elmi əsərlər, №4, 14.01.2003, əmr №34, Bakı-2003 с.108-112.

13. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г., Алиева У.С. Исследование задачи о термомеханическом ударе по вязкоупругому

стержню / Фундаментальные и прикладные проблемы науки. Т.1,Труды I Международного Симпозиума, Москва, 2010, с.139-147.

14. Курбанов Н.Т. Об одном асимптотическом решении волнового уравнения // SDU, Elmi xəbərlər, Sumqayıt, 2002, №4, с. 49-51.

15. Курбанов Н.Т. Динамическое кручение вязкоупругого полого толстостенного цилиндра нагрузкой заданной на торце // SDU, Elmi xəbərlər, Sumqayıt, 2004, №1, с. 25-28.

16. Курбанов Н.Т. Кручение вязкоупругого цилиндра нагрузкой распределенной по нескольким участкам боковой поверхности. // Ученые записи АТУ, Баку, 2004, №1, с. 53-57.

17. Курбанов Н.Т., Алиева У.С., Аскерова В.Г. Об одном представление оригинала решения линейной задачи вязкоупругости // Az. TU, Elmi əsərlər, Fundamental elmlər, Bakı, 2004, №1 с. 21-24.

18. Курбанов Н.Т., Гасанов А.Б., Бабаджанова В.Г. Решение нестационарных нелинейных задач термовязкоупругости при неопределенной реологии // SDU, Elmi xəbərlər, Sumqayıt, 2007, №4, с. 21-27.

19. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г. Исследование реакции неоднородных вязкоупругих тел на нестационарные внешние воздействия / XVI Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, Алушта, 2009, с. 465-468.

20. Курбанов Н.Т. Исследование динамического кручения цилиндрической оболочки при больших значениях параметров // Az. TU, Elmi əsərlər, Fundamental elmlər, №2 Bakı – 2004 с. 51-54.

21. Курбанов Н.Т. Об одном приближенном решении интегро-дифференциального уравнения колебаний с регулярными ядрами / Мат.VII Респ.конф.мол.уч.по мат. и мех.4.2. Изд-во «ЭЛМ», кн.2, Баку-1987, с.191-194

22. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г. Исследование нестационарных волн сдвига в неоднородном вязкоупругом полупространстве // Журнал «Естественные и технические науки», Москва, 2009, №3, стр. 27-33.

23. Курбанов Н.Т., Алиева У.С. Термоупругие волны в составных стержнях при нестационарных воздействиях / Sumqayıt Dövlət Universiteti, Elmi xəbərlər, Təbiət və texniki elmlər bölməsi, cild 10, №1, 2010, səh. 8-12

24. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г. Определяющие соотношения для термореалогически сложных вязкоупругих материалов // Журнал «Актуальные проблемы современной науки», Москва, 2009, № 2, с. 90-96.

25. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г. Исследование динамического кручения бесконечного вязкоупругого полого цилиндра // Журнал «Естественные и технические науки», Москва, 2009, №1, стр. 15-20.

26. Курбанов Н.Т. Одномерные нестационарные волны в вязкоупругих материалах / Материалы VIII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ 2010), РАН, МАИ ПРИНТ, Алушта, 2010, с. 508-512.

27. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г., Гасанов А.Б. Решение задачи распространения нестационарных волн для вязкоупругого шара и сферической оболочки // Журнал «Актуальные проблемы современной науки», Москва, 2009, №5 (49), стр. 159-164.

28. Курбанов Н.Т. Исследование кручения вязкоупругого цилиндра с учетом зависимости свойств материала от температуры. Механика нано-структурированных материалов и систем //РАН, МАИ, ПРИНТ. Сборник трудов всероссийский конференции. Том I, Москва, 2011, с.57-64.

29. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г. Нестационарные термовязко-упругих волны в стержневых системах // Sumqayıt Dövlət Universiteti, Elmi xəbərlər, Təbiət və texniki elmlər bölməsi, cild 11, 2011, №4, с. 21-26.

30. Курбанов Н.Т., Гасанов А.Б., Бабаджанова В.Г. Моделирование реакции твердых вязкоупругих сред при динамических нагружениях / Механика нано – структурированных материалов и систем. РАН, МАИ, ПРИНТ. Сборник трудов всероссийский конференции. Том II, Москва, 2011, с. 89-98.

31.Курбанов Н.Т.,Юсифли.В.Н.Распространение нестационарных продольных волн в вязкоупругом двухслойном полупространстве // Россия , Научный журнал КУБГАУ,2014, № 101(07),с.1-13.

32. Kurbanov N.T. , Babajanova V.G., An Investigation of the longit udinal fluctuation of visco elastic cores // USA,Life Sciens Journal 2014; 11(9), page 557-561,

33. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г., Юсифли В.Н. Исследование нестационарных волн в слоистых композитах / "Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları". II Respublika Elmi Konfransın Materialları. Bakı. 2012. с. 54-56

34. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г., Мусаева М.Е. Приближенные исследования нелинейных колебаний вязкоупругости / Beynəlxalq Elmi Konfransın materialları. Sumqayıt, 2007, с. 96-97

35. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г.. Распространение динамических волн в вязкоупругом стержне, контактирующим с полубесконечным упругим стержнем // Sumqayıt Dövlət Universiteti, Elmi xəbərlər, Təbiət və texniki elmlər bölməsi, 2007, cild 7, №3, s. 12-16.

36. Курбанов Н.Т., Бабаджанова В.Г. Состояние грунтового массива вокруг длинных цилиндрических включений / "Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları". II Respublika Elmi Konfransının materialları. Sumqayıt, 2012, s. 65-68

37. Gasanov A., Kurbanov N., Mikhailova N. Investigation of Free Vibrations of Viscoelastic Bodies / IV International Conference «Problems of Cybernetics and Informatics» Vol. III, Baku, Azerbaijan, 2012, p. 29.

38. Kurbanov N.T.,Nasibzada V.N. ,Investigation of forced oscillations viscoelastic shells // India,International Journal of Current Research Vol.7, Issue, 07, July, 2015 , pp 18356-18360

Личный вклад автора. По теме диссертации опубликовано 38 работ.

Из них 13 выполнены соискателем самостоятельно, а остальные - в соавторстве.

Личный вклад автора состоит в постановке задачи и применении, развитии аналитических методов решения задач динамической вязкоупругости. Все основные результаты получены автором лично. В работах, написанных в соавторстве, соавтору принадлежит только обсуждения при постановке задачи и полученных результатов.

Наби Тапдыг оглы Курбанов

Разработка и анализ математических моделей для исследования динамических процессов в вязкоупругих средах с произвольной реологией

Резюме

Диссертационная работа посвящена математическому моде-лированию волновых процессов в вязкоупругих деформируемых системах, возникающих при нестационарных внешних нагружениях и разработке нового эффективного метода на основе известных современных методов высшей математики для решения вышеперечисленных проблем и применению решения к некоторых теоретически и практически важных задач для произвольных реологии. Аналитическим методом решена нестационарная динамическая задача вязкоупругости с учетом реологии материала и зависимости свойства среды от неоднородности, диссипации механической энергии и различные виды реальных внешних воздействий. Построена математическая модель задачи линейных и нелинейных колебаниях вязкоупругих систем и решена с помощью операционного исчисления, методами малого параметра и последовательного приближения с учетом реологии материалов при малой вязкости. Показано, что найденные решения являются более точными чем решение этой задачи известный из литературы. Рассмотрены возможности применения вязкоупругих моделей к задачам одновременно механики грунтов и к задачам сейсмодинамики с целью исследования влияний случайных внешних воздействий на прочность и устойчивость подземных трубопроводов и нефтяных скважин.

NABİ TAPDIQ KURBANOV

Working out and the analysis of mathematical models for research of dynamic processes in viscoelastic environments with any rheology

The resume

Dissertational job is devoted mathematical modeling of wave processes in the viscoelastic deformable systems arising at non-stationary external loadings and working out of a new effective method on the basis of known modern methods of higher mathematics for the decision of the problems set forth above and application of the decision to some theoretically and practically important problems for any rheology. The analytical method solves a non-stationary dynamic problem viscoelasticity with the account rheology a material and dependence of property of environment on heterogeneity, dissipation mechanical energy and various kinds of real external influences. The mathematical model of problem linear and nonlinear fluctuations of viscoelastic systems is constructed and solved by means of operational calculation, methods of small parameter and consecutive approach with the account rheology materials at small viscosity. It is shown, that the found decisions are more exact than the decision of this problem known of the literature. Possibilities of application of viscoelastic models to problems simultaneously mechanics soil and to problems of seism dynamics with a research objective of influences of casual external influences on durability and stability of underground pipelines and oil wells are examined.